

円弧の軌跡航法における測角誤差による偏位量について

柴 田 勝 義

DEVIATION IN THE LOCUS NAVIGATION BY SEXTANT METHOD

Katuyosi Sibata

Received 31 August 1967

Abstract

When a survey boat runs on a sounding line keeping the angle between two fixed land marks constant, deviation of position of the boat from the planned course can be assumed to be composed of two parts, one arising from error in angle measurement by sextant and the other from yawing of the boat.

Deviation Δx caused by the angle measurement can be evaluated by the following formula:

$$\Delta x = \frac{s}{2} \left\{ -\operatorname{cosec}^2 \theta \cos \alpha \sqrt{1 - \cos^2 \theta \sin^2 \alpha} - \operatorname{cosec}^2 \theta \sec \theta (1 - \cos^2 \theta \sin^2 \alpha) + \sec \theta \right\} \Delta \theta,$$

where θ is the measured angle, s is the length of chord connecting two land marks, and $90^\circ + \alpha$ or $90^\circ - \alpha$ is the position angle of the boat's position from the chord measured at its mid-point.

Applying this formula, spacing of sounding lines for a required spacing of depth curve, or allowance of angle measurement for tolerable displacement of the boat can be estimated.

1 ま え が き

近時、航路等の精密測深に伴ない、2目標を一定の角度に保つ円弧の軌跡航法が多く用いられるようになった。この場合、予定コースよりの偏位量は、測角の誤差と測量船の蛇行とによるものである。

以下、測角の誤差による偏位量の計算と図表および使用例について述べる。

2 測角誤差による偏位量

Fig. 1 において A, B を 2 目標、測角値を θ 、測角値の誤差を $\Delta \theta$ 、偏位量を Δx とする。

$\triangle COP_1$ において、次式が成り立つ。

$$\frac{r}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin \beta} = \frac{h}{\sin \{\pi - (\alpha + \beta)\}} \quad (1)$$

$$\therefore \sin \beta = \frac{a}{r} \sin \alpha$$

ここで、 $a = \frac{s}{2} \cot \theta$ 、 $r = \frac{s}{2} \operatorname{cosec} \theta$ であるから、

$$\sin \beta = \cos \theta \sin \alpha \quad (2)$$

また、(1)より、

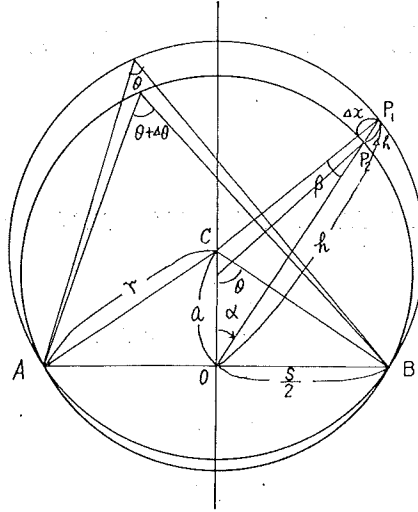


Fig. 1

$$h = \frac{a \sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} = a \sin \alpha \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta}$$

$$= a \sin \alpha (\cot \alpha + \cot \beta) = \frac{s}{2} \cot \theta \sin \alpha (\cot \alpha + \cot \beta) = \frac{s}{2} (\cot \theta \cos \alpha + \cot \theta \sin \alpha \cot \beta) \quad (3)$$

(3)において $\frac{s}{2}=1$, $\alpha = \text{const.}$ とし, θ のみ $\Delta \theta$ 変化した場合の h の変化 Δh を求める.

$$\frac{\partial h}{\partial \theta} = -\text{cosec}^2 \theta \cos \alpha - \text{cosec}^2 \theta \sin \alpha \cot \beta + \cot \theta \frac{\partial (\sin \alpha \cot \beta)}{\partial \beta} \cdot \frac{\partial \beta}{\partial \theta} \quad (4)$$

(2)より, $\beta = \sin^{-1}(\cos \theta \sin \alpha)$

$$\therefore \frac{\partial \beta}{\partial \theta} = \frac{-\sin \theta \sin \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta \sin^2 \alpha}}$$

したがって(4)は,

$$\frac{\partial h}{\partial \theta} = -\text{cosec}^2 \theta \cos \alpha - \text{cosec}^2 \theta \sin \alpha \frac{\cos \beta}{\sin \beta} - \cot \theta \sin \alpha \text{cosec}^2 \beta \frac{-\sin \theta \sin \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta \sin^2 \alpha}}$$

$\frac{\cos \beta}{\sin \beta}$ についてみると, $\sin \beta = \cos \theta \sin \alpha$ であり $\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$

$$\therefore \cos \beta = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \theta \sin^2 \alpha}$$

β は常に 90° より小であるから正の根号をとり,

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta \sin^2 \alpha}$$

となる.

$$\therefore \frac{\cos \beta}{\sin \beta} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \theta \sin^2 \alpha}}{\cos \theta \sin \alpha}$$

また, $\text{cosec}^2 \beta = \frac{1}{\cos^2 \theta \sin^2 \alpha}$ であるから,

$$\frac{\partial h}{\partial \theta} = -\text{cosec}^2 \theta \cos \alpha - \text{cosec}^2 \theta \sin \alpha \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \theta \sin^2 \alpha}}{\cos \theta \sin \alpha} + \cot \theta \sin \alpha \frac{1}{\cos^2 \theta \sin^2 \alpha} \cdot \frac{\sin \theta \sin \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta \sin^2 \alpha}}$$

$$= -\text{cosec}^2 \theta \cos \alpha - \text{cosec}^2 \theta \sec \theta \sqrt{1 - \cos^2 \theta \sin^2 \alpha} + \frac{\sec \theta}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta \sin^2 \alpha}}$$

$$\therefore \Delta h = \left\{ -\text{cosec}^2 \theta \cos \alpha - \text{cosec}^2 \theta \sec \theta \sqrt{1 - \cos^2 \theta \sin^2 \alpha} + \frac{\sec \theta}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta \sin^2 \alpha}} \right\} \Delta \theta$$

$$\Delta x \doteq \Delta h \cos \beta = \Delta h \sqrt{1 - \cos^2 \theta \sin^2 \alpha}$$

$$\therefore \Delta x = \left\{ -\operatorname{cosec}^2 \theta \cos \alpha \sqrt{1 - \cos^2 \theta \sin^2 \alpha} - \operatorname{cosec}^2 \theta \sec \theta (1 - \cos^2 \theta \sin^2 \alpha) + \sec \theta \right\} \Delta \theta$$

一般式は次の(5)となる。

$$\Delta x = \frac{s}{2} \left\{ -\operatorname{cosec}^2 \theta \cos \alpha \sqrt{1 - \cos^2 \theta \sin^2 \alpha} - \operatorname{cosec}^2 \theta \sec \theta (1 - \cos^2 \theta \sin^2 \alpha) + \sec \theta \right\} \Delta \theta \quad (5)$$

(5)において、 $\frac{s}{2}=1,000\text{m}$ 、 $\Delta \theta=1'$ とし、 $\alpha=0^\circ \sim 80^\circ$ にたいする Δx と $\Delta \theta$ との関係をFig.2に示した。

3 Fig. 2 の使用例

例1

コースの角度 θ が $100^\circ \sim 110^\circ$ で、2目標間の距離 s が3,200mのとき、 $\alpha=30^\circ$ 付近で測深線間隔を12mにしたいとき、コースは何分間隔にすればよいか。

〔解〕

Fig. 2の $\theta=100^\circ$ と $\alpha=30^\circ$ の曲線の交点より、 $\Delta x=0.22\text{m}$ を得る。この Δx は $\frac{s}{2}=1,000\text{m}$ の値であるから、 $\frac{s}{2}=1,600\text{m}$ では、

$$\Delta x' = 0.22 \times \frac{1,600}{1,000} = 0.35(\text{m})$$

ゆえにコースは、

$$\frac{12}{\Delta x'} = \frac{12}{0.35} = 34(\text{分})$$

間隔にすればよい

例2

$\theta=60^\circ$ 、 $\alpha=20^\circ$ 、 $s=2,400\text{m}$ でコースの偏位量 Δx を2m以内に押えたい。角度の誤差 $\Delta \theta$ は何分まで許されるか。

〔解〕

Fig. 2の $\theta=60^\circ$ と $\alpha=20^\circ$ の曲線の交点より、 $\Delta x=0.53\text{m}$ を得る。この Δx は $\frac{s}{2}=1,000\text{m}$ 、 $\Delta \theta=1'$ の値であるから、 $\frac{s}{2}=1,200\text{m}$ では、

$$\Delta x' = 0.53 \times 1.2 = 0.64(\text{m})$$

ゆえに求める角度の誤差 $\Delta \theta$ は、

$$\Delta \theta = \frac{2.0}{\Delta x'} = \frac{2.0}{0.64} = 3.1(\text{分})$$

まで許される。

4 あとがき

$\Delta \theta$ は海上模様、目標の視認状況、2目標の高度差等により異なるものと思われるが、通常の測深作業を実施する状態において、六分儀測角の場合は約3'と思われる。

本図表が、円弧の軌跡航法による測量作業の能率、ならびに精度の向上に資するところあれば幸いである。

本稿の作成について、ご指導をいただいた水路部測量課佐藤(一)専門官に感謝します。(測量課)

参 考 文 献

平 岩 節 “三点両角法に於ける系統誤差の処理について” 日本航海学会誌 第14号

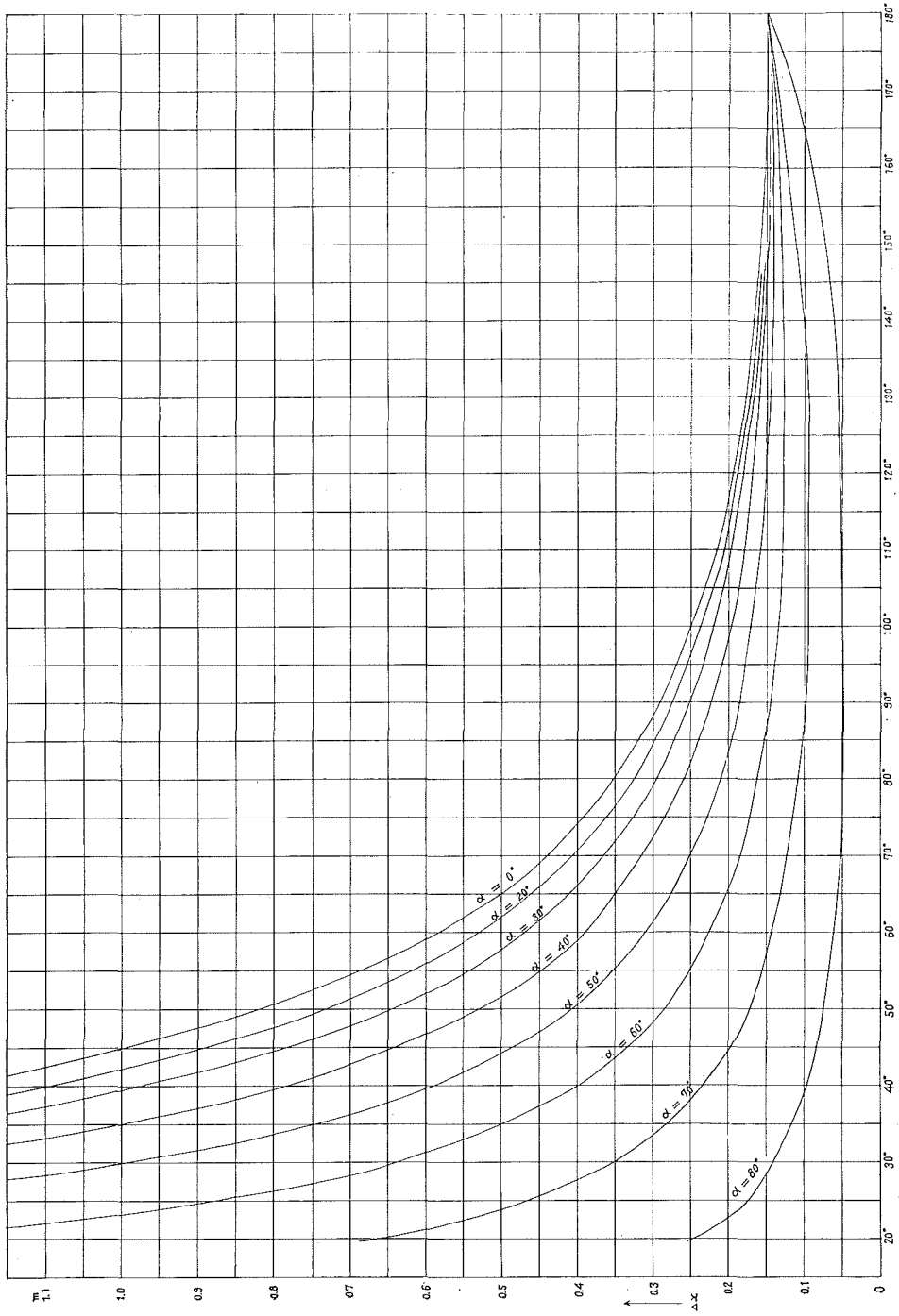


Fig. 2 Linear displacement against measured angle for $s=2,000m$ and $\theta = 1'$.